

Feuille d'exercices 5 - Courbes paramétrées - MPSI 1 - 2006-2007

Exercice 1

Etudier la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x = \cos(3t) \\ y = \sin(2t) \end{cases}$$

Exercice 2

Etudier la courbe paramétrée définie par

$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{t^3}{1+t^2} \end{cases}$$

Exercice 3

Etudier la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x = 2 \cos(t) - \cos(2t) \\ y = 2 \sin(t) - \sin(2t) \end{cases}$$

Exercice 4

1. Etudier la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 2t^3 \end{cases}$$

2. Déterminer les droites qui sont à la fois tangentes et normale à cette courbe.

Exercice 5

1. Dresser un tableau de variation de la courbe paramétrée

$$\begin{cases} x = t - \operatorname{th}(t) \\ y = \frac{1}{\operatorname{ch}(t)} \end{cases}$$

2. Soit $A(t)$ le point d'intersection de la tangente au point M de paramètre t . Trouver les coordonnées de $A(t)$.

3. Calculer la distance $A(t)M(t)$.

Exercice 6

Etudier la courbe polaire $\rho(\theta) = \frac{\cos(2\theta)}{\cos(\theta)}$.

Exercice 7

Etudier la courbe polaire (pour $\theta \in]\pi, +\infty[$) définie par $\rho = -\frac{1}{\theta - \pi}$.

Exercice 8

Soit $F(1, 0)$ et $F'(-1, 0)$. Trouver une équation polaire de l'ensemble des points M du plan qui vérifient $MF.MF' = 1$. On cherchera une équation cartésienne puis on en déduira une équation polaire.

Etudier et représenter la courbe définie par cette équation polaire.

Exercice 9

1. Etudier la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x = 3t^2 + 2t^2 - t - 1 \\ y = 3t^2 + 2t + 1 \end{cases}$$

2. Montrer que la courbe admet un point double et déterminer les tangentes en ce point.