

Sujets de colles - Equations différentielles

Equations différentielles du premier ordre

1. $x \ln xy' - y = 3x^2 \ln^2 x$ sur $]0, +\infty[$.
2. $xy' + y = \cos x$.
3. $y' - y \tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$ sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.
4. $y' + y = \frac{3}{1 + e^x}$.
5. $2xy' + y = x^n$ sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$.
6. $(1 + x)y' - xy = 0$.
7. $y' - 2xy = \operatorname{sh}x - 2x \operatorname{ch}x$.
8. $\sqrt{1 - x^2}y' - y = 1$.
9. $(1 + x^2)y' + xy = 3x^2 + 3x$.
10. $(1 + x^2)y' + xy = 1$.
11. $xy' + 2y = \frac{x}{1 + x^2}$.
12. $(1 + x^2)^2y' + 2xy = x \exp \frac{1}{1 + x^2}$.
13. $(1 + x^2)y' + 2xy + 1 = 0$.
14. $y' + y \cos x = -2 \cos x$.
15. $2xy' - y = \sqrt{x}$.
16. $-xy' + y = x^2 + 1$.
17. $xy' - y = x^2 \arctan x$.
18. $-\sin xy' + y \cos x = 1$.
19. $xy' - y = x^2 e^x$.
20. $y' - 3y = (3x^2 + 1)e^{3x}$.
21. $xy' - y = -\ln x$.
22. $xy' - 2y = (x - 1)(x + 1)^3$.
23. $2(1 + x)y' - x(x + 2)y + 3(x + 1)^2 = 0$.
24. $(1 - x^2)y' - 2xy = x^2$. Raccordement en 1.
25. $\sin xy' + y \cos x = 1$.
26. $xy' + (x + 1)y = x$.
27. $y' - y \tan x = -\cos^2 x$ sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.
28. $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$.
29. $y' + y \cos x = -2 \cos x$.
30. $y' - \frac{x}{x^2 - 1}y = 1$. Etudier les raccordements.
31. $x(x + 1)y' + y = \arctan x$.
32. $xy' - y = x^3$.
33. $y' \operatorname{sh}x - y \operatorname{ch}x + 1 = 0$ sur $]0, +\infty[$.
34. $x^2y' - (x + 1)y = 1$.

Equations différentielles du second ordre

1. $y'' + 3y' + 2y = xe^{-x}$.
2. $y'' - 4y' + 3y = x^2e^x + xe^{2x} \cos x$.
3. $y'' - 3y' + 2y = x \operatorname{ch}x$.
4. $y'' - 4y' + 4y = (x^3 + x)e^{2x}$.
5. $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + 1)e^x$.
6. $y'' + 6y' + 9y = xe^{-3x} + \sin x$.
7. $y'' + 4y' + 4y = x^2e^x$.
8. $y'' - 3y' + 2y = xe^x + \sin x$.
9. $y'' + 2y' + 2y = x^2 + x + 1$.
10. $y'' + 2y' + y = 16x^2 \operatorname{sh}x$.
11. $y'' - 2y' + 2y = e^{-x} \sin x$.
12. $y'' + 4y = 4 \cos 2x$.
13. $y'' + y' - 2y = xe^{-2x}$.
14. $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + 1)e^x$.
15. $y'' + 3y' + 3y = 2 \operatorname{ch}x$.
16. $y'' + y' + 2y = (8x + 1)e^x$.
17. $y'' - 2y' + 2y = xe^x$.
18. $y'' - 4y' + 4y = 2(x - 2)e^x$.
19. $y'' + 2y' + (1 - a)y = 0, a \in \mathbb{R}$.

Autres exercices

1. Déterminer les fonctions f vérifiant $f''(x) + f(-x) = 0$.
2. On cherche g définie sur $]0, +\infty[$ telle que $g' \left(\frac{1}{x} \right) = g(x)$. Utiliser $h(t) = g(e^t)$.
3. Trouver les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de classe \mathcal{C}^1 telles que $f(1) = 1$ et $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) - f(x) = e^x \int_0^1 f(t) dt$.
4. Résoudre $y'^2 + y^2 = 1$.
5. Trouver f telle que $f'(x) = 2f(-x) + x$.
6. Résoudre $y' \ln x - \frac{1}{x}y + 2xy^2 = 0$ sur $]1, +\infty[$. En posant $z = \frac{1}{y}$.
7. Résoudre $y' = y + x^2y^2$ en posant $z = \frac{1}{y}$.